

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор  
ФГБНУ «Федеральный институт  
педагогических измерений»

О.А. Решетникова

«14 ноября» 2018 г.

«СОГЛАСОВАНО»

Председатель  
Научно-методического совета  
ФГБНУ «ФИПИ» по математике

А.Л. Семенов

«14 ноября» 2018 г.

**Государственная итоговая аттестация по образовательным  
программам основного общего образования в форме  
основного государственного экзамена (ОГЭ)**

**Демонстрационный вариант  
контрольных измерительных материалов для проведения  
в 2019 году основного государственного экзамена  
по МАТЕМАТИКЕ**

подготовлен Федеральным государственным бюджетным  
научным учреждением  
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

**Демонстрационный вариант  
контрольных измерительных материалов для проведения  
в 2019 году основного государственного экзамена  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы**

При ознакомлении с демонстрационным вариантом 2019 г. следует иметь в виду, что задания, включённые в демонстрационный вариант, не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2019 г. Полный перечень элементов содержания, которые могут контролироваться на экзамене 2019 г., приведён в Кодификаторе элементов содержания и требований к уровню подготовки обучающихся для проведения основного государственного экзамена, размещённом на сайте: [www.fipi.ru](http://www.fipi.ru).

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность любому участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, количестве и форме заданий, а также об их уровне сложности. Приведённые критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом, включённые в этот вариант, позволят составить представление о требованиях к полноте и правильности записи развёрнутого ответа.

Эти сведения дают выпускникам возможность выработать стратегию подготовки к сдаче экзамена по математике в 2019 году.

# СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

## АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трехчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трехчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $b_n$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

**Таблица квадратов двузначных чисел**

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

## ГЕОМЕТРИЯ

- Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n-2)$ .
- Радиус  $r$  окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной  $a$ , равен  $\frac{\sqrt{3}}{6}a$ .
- Радиус  $R$  окружности, описанной около правильного треугольника со стороной  $a$ , равен  $\frac{\sqrt{3}}{3}a$ .

- Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB=c$ ,  $AC=b$ ,  $BC=a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  — радиус описанной окружности.

- Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB=c$ ,  $AC=b$ ,  $BC=a$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины  $l$  окружности радиуса  $R$ :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины  $l$  дуги окружности радиуса  $R$ , на которую опирается центральный угол в  $\varphi$  градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади  $S$  параллелограмма со стороной  $a$  и высотой  $h$ , проведённой к этой стороне:

$$S = ah.$$

- Формула площади  $S$  треугольника со стороной  $a$  и высотой  $h$ , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади  $S$  трапеции с основаниями  $a$ ,  $b$  и высотой  $h$ :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площади  $S$  круга радиуса  $R$ :

$$S = \pi R^2.$$

## Демонстрационный вариант 2019 года

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 17 заданий: в части 1 — 14 заданий; в части 2 — 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 9 заданий: в части 1 — 6 заданий; в части 2 — 3 задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 14 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

***Желаем успеха!***

## Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

**Модуль «Алгебра»**

- 1** Найдите значение выражения  $\frac{1}{4} + 0,07$ .

ОТВЕТ: \_\_\_\_\_.

- 2** В таблице приведены нормативы по бегу на 30 метров для учащихся 9 класса.

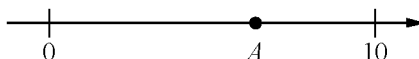
	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время, секунды	4,6	4,9	5,3	5,0	5,5	5,9

Какую отметку получит девочка, пробежавшая эту дистанцию за 5,62 секунды?

- 1) отметка «5»                      2) отметка «4»  
3) отметка «3»                      4) норматив не выполнен

Ответ:

- 3** На координатной прямой отмечена точка  $A$ .



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка  $A$ ?

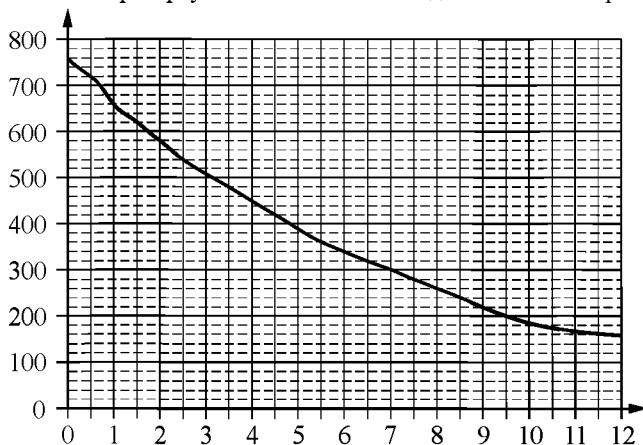
- 1)  $\frac{181}{16}$                       2)  $\sqrt{37}$                       3) 0,6                      4) 4

Ответ:

4 Найдите значение выражения  $\sqrt{45} \cdot \sqrt{605}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 На графике изображена зависимость атмосферного давления от высоты над уровнем моря. На горизонтальной оси отмечена высота над уровнем моря в километрах, на вертикальной — давление в миллиметрах ртутного столба. Определите по графику, на какой высоте атмосферное давление равно 620 миллиметрам ртутного столба. Ответ дайте в километрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Решите уравнение  $x^2 + x - 12 = 0$ .

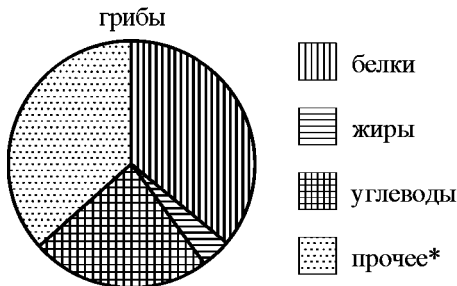
Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Стоимость проезда в электропоезде составляет 198 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей будет стоить проезд для 4 взрослых и 12 школьников?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На диаграмме показано содержание питательных веществ в сушёных белых грибах.



\* к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) В 1000 граммах грибов содержится примерно 360 г белков.
- 2) В 1000 граммах грибов содержится примерно 240 г углеводов.
- 3) В 1000 граммах грибов содержится примерно 160 г жиров.
- 4) В 1000 граммах грибов содержится примерно 500 г жиров, белков и углеводов.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

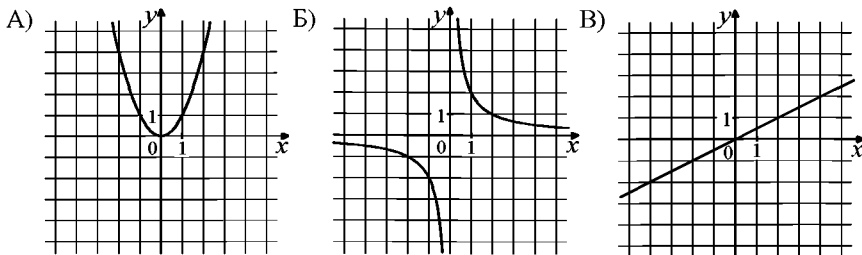
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 На тарелке лежат пирожки, одинаковые на вид: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с яблоками. Петя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с яблоками.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

## ГРАФИКИ



## ФОРМУЛЫ

1)  $y = x^2$

2)  $y = \frac{x}{2}$

3)  $y = \frac{2}{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

- 11** В последовательности чисел первое число равно 6, а каждое следующее больше предыдущего на 4. Найдите пятнадцатое число.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите значение выражения  $9b + \frac{5a - 9b^2}{b}$  при  $a = 9$ ,  $b = 36$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

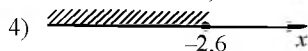
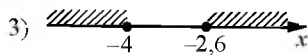
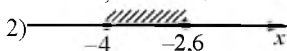
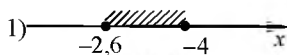
- 13** Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой  $t_F = 1,8t_C + 32$ , где  $t_C$  — температура в градусах Цельсия,  $t_F$  — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует  $-25$  градусов по шкале Цельсия?

Ответ: \_\_\_\_\_.



**14** Укажите решение системы неравенств

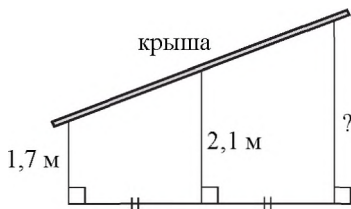
$$\begin{cases} x+2,6 \leq 0, \\ x+5 \geq 1. \end{cases}$$



Ответ:

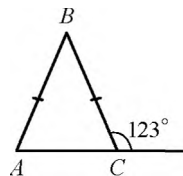
**Модуль «Геометрия»**

**15** Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рис.). Высота малой опоры 1,7 м, высота средней опоры 2,1 м. Найдите высоту большой опоры. Ответ дайте в метрах.



Ответ: \_\_\_\_\_

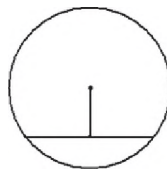
**16** В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC$  внешний угол при вершине  $C$  равен  $123^\circ$ . Найдите величину угла  $BAC$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_

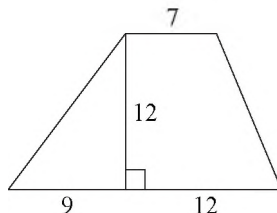
- 17 Найдите длину хорды окружности радиусом 13, если расстояние от центра окружности до хорды равно 5.

Ответ: \_\_\_\_\_.



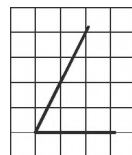
- 18 Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 19 Найдите тангенс острого угла, изображённого на рисунке.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 20 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 2) Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
- 3) В любом параллелограмме есть два равных угла.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

**Часть 2**

*При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.*

**Модуль «Алгебра»**

**21** Решите уравнение  $x^4 = (4x - 5)^2$ .

**22** Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

**23** Постройте график функции  $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$  и определите, при каких значениях  $c$  прямая  $y = c$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

**Модуль «Геометрия»**

**24** В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  известны катеты:  $AC = 6$ ,  $BC = 8$ . Найдите медиану  $CK$  этого треугольника.

**25** В параллелограмме  $ABCD$  точка  $E$  — середина стороны  $AB$ . Известно, что  $EC = ED$ . Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

**26** Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .



**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**

**Система оценивания экзаменационной работы по математике****Часть 1**

За правильный ответ на каждое из заданий 1–20 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	0,32
2	3
3	2
4	165
5	1,5
6	3
7	1980
8	12; 21
9	0,2
10	132
11	62
12	1,25
13	–13
14	2
15	2,5
16	57
17	24
18	168
19	2
20	13; 31

**Часть 2****Решения и критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**  
**Модуль «Алгебра»****21** Решите уравнение  $x^4 = (4x - 5)^2$ .

Решение.

Исходное уравнение приводится к виду:

$$(x^2 - 4x + 5)(x^2 + 4x - 5) = 0.$$

Уравнение  $x^2 - 4x + 5 = 0$  не имеет корней.Уравнение  $x^2 + 4x - 5 = 0$  имеет корни  $-5$  и  $1$ .Ответ:  $-5$ ;  $1$ .

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

**22** Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

Решение.

Пусть искомое расстояние равно  $x$  км. Скорость лодки при движении против течения равна 4 км/ч, при движении по течению равна 8 км/ч. Время, за которое лодка доплывёт от места отправления до места назначения и обратно, равно  $\left(\frac{x}{4} + \frac{x}{8}\right)$  часа. Из условия задачи следует, что это время

равно 3 часам. Составим уравнение:  $\frac{x}{4} + \frac{x}{8} = 3$ .Решив уравнение, получим  $x = 8$ .

Ответ: 8 км.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 23** Постройте график функции  $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$  и определите, при каких значениях  $c$  прямая  $y = c$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Разложим числитель дроби на множители:

$$x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2 - 4)(x^2 - 9) = (x-2)(x+2)(x-3)(x+3).$$

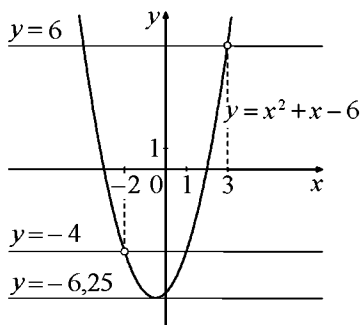
При  $x \neq -2$  и  $x \neq 3$  функция принимает вид:

$$y = x^2 + x - 6,$$

её график — парабола, из которой выколоты точки  $(-2; -4)$  и  $(3; 6)$ .

Прямая  $y = c$  имеет с графиком ровно одну общую точку либо тогда, когда проходит через вершину параболы, либо тогда, когда пересекает параболу в двух точках, одна из которых — выколотая. Вершина параболы имеет координаты  $(-0,5; -6,25)$ .

Поэтому  $c = -6,25$ ,  $c = -4$  или  $c = 6$ .



Ответ:  $c = -6,25$ ;  $c = -4$ ;  $c = 6$ .

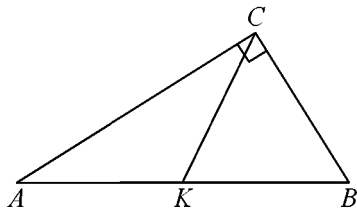
Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

## Модуль «Геометрия»

- 24** В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  известны катеты:  $AC = 6$ ,  $BC = 8$ . Найдите медиану  $CK$  этого треугольника.

Решение.

$$CK = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{AC^2 + BC^2} = \\ = \frac{1}{2}\sqrt{36 + 64} = 5.$$



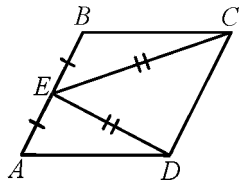
Ответ: 5.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 25** В параллелограмме  $ABCD$  точка  $E$  — середина стороны  $AB$ . Известно, что  $EC = ED$ . Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

Доказательство.

Треугольники  $BEC$  и  $AED$  равны по трём сторонам. Значит, углы  $CBE$  и  $DAE$  равны. Так как их сумма равна  $180^\circ$ , то углы равны  $90^\circ$ . Такой параллелограмм — прямоугольник.



Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

- 26** Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

Решение.

Пусть  $O$  — центр данной окружности, а  $Q$  — центр окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

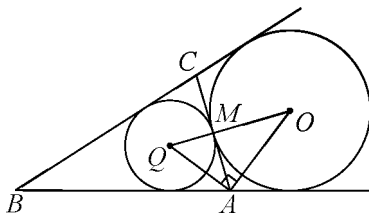
Точка касания  $M$  окружностей делит  $AC$  пополам.

Лучи  $AQ$  и  $AO$  — биссектрисы смежных углов, значит, угол  $OAQ$  прямой.

Из прямоугольного треугольника  $OAQ$  получаем:  $AM^2 = MQ \cdot MO$ . Следовательно,

$$QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{9}{2} = 4,5.$$

Ответ: 4,5.



Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минобрнауки России от 25.12.2013 № 1394 зарегистрирован Минюстом России 03.02.2014 № 31206)

«48. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1) Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответ только на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2) Работа участника ОГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух или более заданиях. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания с развёрнутым ответом 21–26.